

九章算術

九章算術卷第九 句股

第六題

2011 年 2 月 24 日

今有池方一丈，葭生其中央，出水一尺。引葭赴岸，適與岸齊。問水深、葭長各幾何？

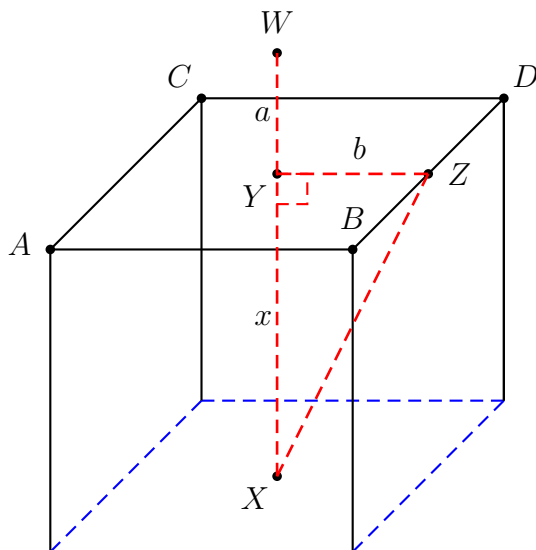
答曰：水深一丈二尺；葭長一丈三尺。

術曰：半池方自乘，以出水一尺自乘，減之，餘，倍出水除之，即得水深。加出水數，得葭長。

問題 如圖，池面為正方形 $ABCD$ ，邊長 10 尺。原先，葭 XW 筆直的站在水池的中央，葭凸出水面 1 尺。將葭拉到池邊 XZ ，剛好貼到水面。

答案 水深 12 尺；葭長 13 尺

方法 先求半池的平方，減去出水 1 尺的平方得餘數，用 2 乘出水的 1 尺除上述的餘數，即可以得到水深，加上出水的長度，便可以得到葭長。



解 設水深(XY)為 x ; 出水(YW) 為 a ; 半池(YZ) 為 b ; 由勾股定理可以得知

$$XZ^2 = XY^2 + YZ^2 \quad (1)$$

$$(x + a)^2 = x^2 + b^2 \quad (2)$$

$$x^2 + 2ax + a^2 = x^2 + b^2 \quad (3)$$

$$2ax = b^2 - a^2 \quad (4)$$

$$x = \frac{b^2 - a^2}{2a} \quad (5)$$

代入 $b = 5, a = 1$, 可得 $x = 12, x + a = 13$ 。

評 由劉徽給出的術, 可以得知他已完全知道方程的解為 **半池方自乘**(b^2), **以出水一尺自乘**(a^2), **減之, 餘**($b^2 - a^2$)。 **倍出水**($2a$) **除之**($\frac{b^2 - a^2}{2a}$), 即得水深(x)。加出水數($x + a$), 得葭長。

有些西方數學史家因不懂中文, 意謂中國古代數學欠論證, 實不恰當。要知道單憑多次嘗試猜測的方法而得到這個解, 其難度不下於懂得其求解的論證。