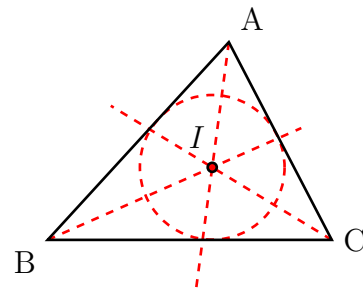


内心(Incentre)

三角形的三條內角平分線相交於一點。

因為從這個點到三角形三條邊的距離相等。以這一交點為圓心，可以作一個與這三條邊相切的圓，稱為三角形的**內切圓**(inscribed circle)；而這個交點，亦稱為三角形的**内心**(Incentre)。



内心必然落在三角形內。習慣上，以 I 表示内心。

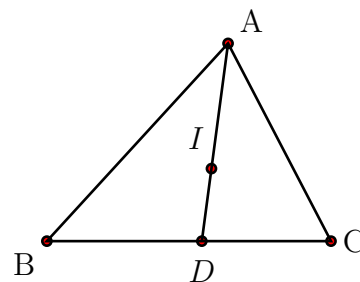
性質

性質 1：

内心將三角形內的角平分線分成兩段，其比值為兩鄰邊之和比第三邊。

如圖， I 為 $\triangle ABC$ 的内心，若 $\angle BAC$ 的角平分線交 BC 于 D ，則

$$AI : ID = (AB + AC) : BC$$



證明

性質 1 的證明

性質 1：内心將三角形內的角平分線分成兩段，其比值為兩鄰邊之和比第三邊。

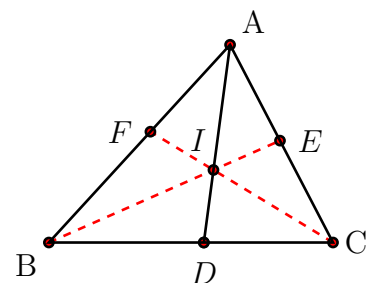
1. 如圖， I 為 $\triangle ABC$ 的内心， $\angle BAC$ 的角平分線交 BC 于 D 、 $\angle ABC$ 的角平分線交 AC 于 E 、 $\angle ACB$ 的角平分線交 AB 于 F ；

2. 由三角形角平分線定理， $\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC}$ ，
 $1 + \frac{DC}{BD} = 1 + \frac{AC}{AB}$ ， $\frac{BD + DC}{BD} = \frac{AB + AC}{AB} = \frac{BC}{BD}$ ；

3. $BD = \frac{AB \times BC}{AB + AC}$ ；

4. 因 BI 平分 $\angle ABD$ ， $\frac{AI}{ID} = \frac{AB}{BD}$

5. $\frac{AI}{ID} = AB \times \frac{AB + AC}{AB \times BC} = \frac{AB + AC}{BC}$ ；同理， $\frac{BI}{IE} = \frac{BA + BC}{AC}$ 、 $\frac{CI}{IF} = \frac{CA + CB}{AB}$ 。



參考資料

1. 三角形内心定理.(http://mathsgreat.com/geom_th/geom_th_033.pdf)
2. 三角形角平分線定理.(http://mathsgreat.com/geom_th/geom_th_073.pdf)